



## مدلسازی و بهینه‌سازی یک سیستم ناوبری خودرو با استفاده از G-Network

مهشید قربانی<sup>۱</sup>، مرتضی رموزی<sup>۲</sup>، محمود فتحی<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد نرم افزار، دانشگاه آزاد محلات

۲- استادیار دانشکده مهندسی کامپیوتر، دانشگاه آزاد کاشان

۳- استادتمام دانشکده مهندسی کامپیوتر، دانشگاه علم و صنعت ایران

### چکیده:

مسیریابی خودرو<sup>۴</sup> (VRP) از طریق سیستم‌های ناوبری<sup>۵</sup> در طی سال‌های اخیر رشد چشمگیری پیدا کرده است. این سیستم‌ها مبتنی بر نقشه محیطی می‌باشند و می‌توانند مسیریابی را از طریق گراف مستخرج از نقشه انجام دهند. برخی از این سیستم‌ها مبتنی بر اطلاعات ترافیکی آنلاین بوده و برخی به صورت آفلاین کار می‌کنند. در این مقاله یک سیستم ناوبری آنلاین پیشنهاد داده شده است که می‌تواند بسته به نوع خودرو و بر اساس شرایط ترافیکی که از طریق دوربین‌های کنترل ترافیک ضبط می‌شود، مسیر بهینه را پیشنهاد دهد. این سیستم توسط یک شبکه صف بنام G-Network مدلسازی شده است و رفتار آن توسط روال بهینه‌سازی گرادیان نزولی، بهینه‌سازی شده است. نتایج حاکی از بهبود چشمگیر عملکرد سیستم با استفاده از بهینه‌سازی می‌باشد.

**کلمات کلیدی:** مسیریابی، ناوبری، G-Network

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه آزاد اسلامی واحد محلات، ۰۹۱۳۰۷۸۰۰۵۲، [Mahshid.Ghorbani2@gmail.com](mailto:Mahshid.Ghorbani2@gmail.com)

<sup>۲</sup> عضو هیئت علمی دانشگاه آزاد اسلامی واحد کاشان، ۰۹۱۳۱۶۳۲۹۳۰، [Mromoozi@gmail.com](mailto:Mromoozi@gmail.com)

<sup>۳</sup> عضو هیات علمی دانشگاه علم و صنعت ایران، [mahfathy@iust.ac.ir](mailto:mahfathy@iust.ac.ir)

<sup>۴</sup>Vehicle Routing Problem

<sup>۵</sup>Navigation systems

## ۱- مقدمه

افزایش تولید وسایل نقلیه و ضرورت استفاده از اتومبیل‌های شخصی و عمومی منجر به تراکم ترافیک شده است که اثرات منفی را در پی دارد. هدف سیستم‌های حمل و نقل هوشمند<sup>۶</sup> (ITS) بهبود کیفیت حمل و نقل، کاهش زمان سفر و کاهش میزان مصرف سوخت از طریق فناوری‌های پیشرفته و سیستم‌های ناوبری است. واضح است بررسی مسئله مسیریابی خودرو و پیدا کردن مسیرهای بهینه، چالشی قابل توجه در سیستم‌های حمل و نقل هوشمند است.

سیستم‌های ناوبری خودرو، سیستم‌هایی هستند که برای راهبری و مسیریابی بکار می‌روند. بسیاری از سیستم‌های ناوبری فعلی از نقشه شهر آفلاین و Pre-set همراه با تاریخچه داده‌های ناوبری بدست آمده از GPS استفاده کردند. با توجه به تغییر سریع وضعیت ترافیک این سیستم‌ها مناسب نبوده و سیستم‌های Online ترجیح داده می‌شوند. در این مقاله نیز با تمرکز روی سیستم‌های ناوبری آنلاین و مسیریابی پویا<sup>۷</sup> مدلی ارائه شده است، تا خودروها با رسیدن به هر تقاطع بتوانند اطلاعات ترافیک بروز شده را دریافت کنند و بر اساس اطلاعات دریافتی، مسیر کم ترافیک‌تر را مشروط بر اینکه مجاز به حرکت در آن باشند، به سمت مقصد برگزینند.

مدلسازی، توسط شبکه صف G-Network انجام پذیرفته است [۱]. از اینرو، خودروها به عنوان مشتریان شبکه صف در نظر گرفته شده است. این شبکه نوع دیگری از مشتریان، تحت عنوان مشتریان منفی را ارائه می‌دهد. در این مقاله این مشتریان در قالب تصمیمات بهینه سازی مسیر در تقاطعات بصورت مجازی در نظر گرفته شده است. در ادامه فعالیت‌های انجام شده در زمینه ناوبری خودرو، VRP و G-Network را در سه بخش مجزا مرور می‌کنیم. سپس در بخش ۳-۱ مسئله مسیریابی را تشریح کرده و در ۳-۲ به مدلسازی مسئله با G-Network می‌پردازیم. بخش چهارم چگونگی محاسبه معیارهای عملکرد و بخش پنجم بهینه سازی مسئله را بیان می‌کند.

## ۲- دانش پیشینه‌ای

## ۲-۱- مسیریابی خودرو

تحقیقات VRP بیش از ۵۰ سال است که رواج یافته است. مسئله مسیریابی خودرو اولین بار توسط Dantzig and Ramser (1959) مطرح شد. آنها مسئله توزیع بنزین بوسیله تانکرها از یک ایستگاه منبع به تعداد زیادی جایگاه سوخت را در نظر گرفتند [۲]. تحقیقات بسیاری در زمینه VRP انجام شده و آن را به طبقات مختلفی تقسیم کرده است. طبقه مورد استفاده در این مقاله Dynamic VRP است. DVRP بطور معمول در عملیات پویا مورد استفاده قرار می‌گیرد که درخواست‌های مشتریان در طول مسیر منتشر می‌شود (درخواست

<sup>۶</sup> Intelligent Transportation Systems

<sup>۷</sup> Dynamic VRP



آنلاین) و خودروها باید Real-Time باشند. این مسئله کاربردهای گوناگونی در زندگی واقعی دارد، از جمله مدیریت ناوگان پویا، سیستم توزیع شده مدیر فروش، خدمات پیک، تعمیر یا خدمات امداد و نجات، سرویس dial-a-ride خدمات اورژانس.

## ۲-۲- ناوبری خودرو

سیستم‌های ناوبری خودرو، سیستم‌هایی هستند که برای راهبری و مسیریابی بکار می‌روند. این سیستم‌ها با بهره‌گیری از بستر ارتباطی GPRS این امکان را فراهم می‌کنند که در هر زمان خودرو یا ناوگان خودرویی را کنترل نموده و از محل، مسیر حرکت، مختصات جغرافیایی، سرعت و ... آگاه شده و گزارش‌های متنوعی را بر حسب زمان، بازه زمانی، حداکثر و حداقل سرعت، کل مسافت پیموده شده در یک تاریخ یا محدوده زمانی دلخواه تهیه کرد (Dhingral and Gull 2008). روی سرعت خودرو، تراکم جاده و ظرفیت بار تمرکز کردند و با استفاده از تاریخچه اطلاعات ترافیک، مدلی ارائه کردند که تعداد خودروها را در محیط شهری تخمین می‌زد. متوسط سرعت خودرو بوسیله سنسورها و تعداد خودروهای جاده بر اساس تئوری جریان ترافیک محاسبه می‌شد [۳]. اخیراً (۲۰۱۴، یوسفی، انوری، عباسی) اطلاعات ترافیک آنلاین را بعنوان پارامتر اصلی مسیریابی در نظر گرفته‌اند. آنها در فاز اول به جمع‌آوری اطلاعات ترافیک از طریق RSUها پرداخته و در فاز دوم مسیر بهینه برای حرکت خودرو را مشخص می‌کنند [۴].

## ۲-۳- G-Network

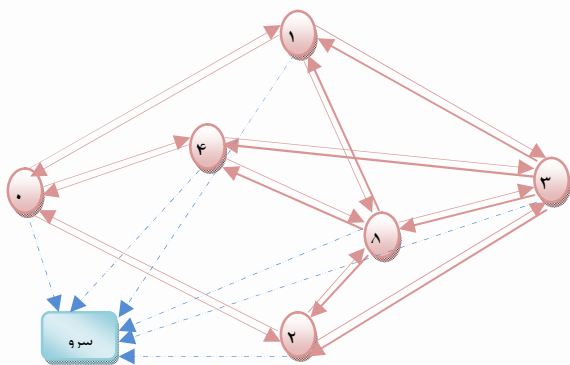
شبکه‌های G در ابتدا توسط شبکه‌های عصبی که در آن سیگنال‌ها می‌تواند مثبت یا منفی باشد، ارائه شد [۵]. شبکه‌های تصادفی عصبی به سرعت به شبکه‌های صف توسعه یافتند [۶] و مفهوم G-Network به عنوان یک مدل واحد برای شبکه‌های عصبی و صف معرفی شد. در شبکه‌های صف یک نود معادل یک نورون در شبکه‌های عصبی است. شبکه صف با ایده مشتریان مثبت و منفی آغاز شد و پس از آن مفهوم مشتری متحرک در G-Network معرفی شد که در این مورد، وقتی مشتری منفی به صف می‌رسد می‌تواند باعث عبور لحظه‌ای مشتری مثبت به صف دیگر شود و طول صف را یکی کاهش دهد [۷]. در [۸] مشتریان منفی قادر هستند دیگر مشتریان را بصورت دسته‌ای حذف نمایند. همچنین، در [۹] و [۱۰] چند کلاس از مشتریان مثبت و منفی بررسی شدند. کاربردهای زیادی از G-Network ارائه شده است، از جمله بهینه‌سازی منابع تخصیص [۱۱] و الگوریتم‌های مسیریابی شبکه [۱۲].



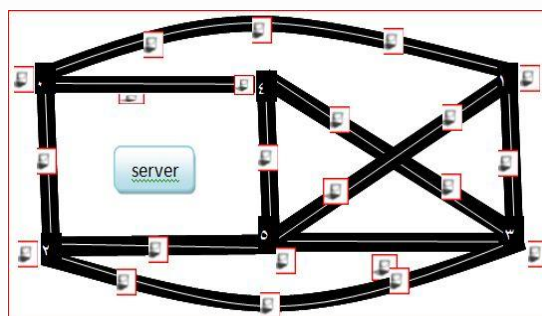
### ۳- مدل‌سازی مسئله مسیریابی

#### ۳-۱- تشریح مسئله

فرض می‌کنیم نقشه شهر و تعدادی خودروی مجهز به سیستم ناوبری با انواع خودروهای سواری، خودروهای سنگین، خودروهای امدادی و پلیس داریم، هر خودرو بسته به نوع آن باید مسیری متفاوتی را برای رسیدن به مقصد بپیماید. لازم است نقشه شهر را به گراف تبدیل کنیم. در این گراف هر تقاطع را یک نود یا صف فرض کردیم. همچنین، بمنظور ارائه انعطاف پذیری بالا به مدل، خیابان‌ها را به چند سگمنت تقسیم کردیم. هر سگمنت به یک دوربین ترافیک مجهز است که تعداد خودروهای موجود در آن سگمنت را بصورت دوره‌ای به پایگاه اطلاعات ارسال می‌کند. شماره هر دوربین شناسه آن سگمنت نیز می‌باشد. سرور مسیریاب در مرکز شهر قرار گرفته است و با استفاده از اطلاعات دریافتی از دوربین‌های ترافیک، ترافیک هر سگمنت را بروز می‌کند. نقشه شهر فرضی شامل ۶ تقاطع و ۲۰ خیابان در (شکل ۱) و گراف آن در (شکل ۲) مشخص شده است.



شکل ۲: گراف بدست آمده از نقشه شهر



شکل ۱: نقشه شهر (مسیرهای (3,4) و (1 و 5) غیرهمسطح هستند)

خودروهای دارای سیستم ناوبری هنگام رسیدن به یک تقاطع، از طریق یک واسط GPRS، با ارسال پرس و جوی انتخاب مسیر به سرور مسیریاب، مسیر بهینه را درخواست می‌کنند. سرور مسیریاب، متصل به پایگاه اطلاعات بروز شده از ترافیک هر سگمنت می‌باشد. این اطلاعات بروز توسط دوربین‌های ترافیکی بدست می‌آیند. سرور مسیریاب بهترین گام بعدی خودرو را برای رسیدن به مقصد به وی پیشنهاد می‌دهد. بدین ترتیب، هر خودرو می‌تواند با توجه به نوع و مقصد مورد نظر، مسیر بهینه را در هر تقاطع انتخاب کرده تا به مقصد برسد. سرور مسیریاب دو تابع اصلی دارد: (۱) بروز رسانی پایگاه اطلاعات متمرکز اطلاعات ترافیک (۲) سیستم پاسخگو به پرس و جوهای انتخاب مسیر.



### ۳-۲- مدل‌سازی مسئله با G-Network

برای پیاده سازی این مدل، از G-Network استفاده کرده و یک مدل ریاضی که از (Christina Morfopoulou, 2011) الهام گرفته است ارائه خواهیم کرد [1]. بنابراین، بوسیله  $N = \{1, 2, \dots, N\}$  شبکه‌ای با  $N$  نود معرفی کردیم. مجموعه نودها شامل تقاطعات و سگمنت‌ها می‌باشد.

#### ۳-۲-۱- ترافیک خودروها

مشتریان مثبت، خودروها هستند. هر خودرو پس از شروع حرکت یک مقصد دارد که با طی مناسب‌ترین مسیر به آن می‌رسد. شبکه شامل مجموعه‌ای از کلاس‌های مشتریان مثبت است. هر کلاس بوسیله  $K = (s, d, \sigma)$  تعریف می‌شود که  $s$  مبدا و  $d$  مقصد و  $\sigma$  نوع خودرو شامل {سواری، سنگین، امدادی و پلیس} است. توجه داشته باشید که  $s, d \in N$  هستند. هر خودرو بسته به نوعش مسیر متفاوتی را می‌تواند طی می‌کند.

نرخ ورود خارجی خودروها از کلاس  $k$  به یک نود  $n$  با  $\lambda(n, k)$  تعریف می‌شود. این مقدار در حقیقت بیانگر شروع حرکت یک خودرو از یک سگمنت یا تقاطع می‌باشد. کل نرخ ورود از کلاس  $k$  به نود  $n$  با  $\square(n, k)$  تعریف می‌شود. این مقدار شامل نرخ ورود از خارج شبکه و مجموع احتمال وجود خودرویی از کلاس  $K$  در مسیرهای منتهی به  $n$  می‌باشد.

قبل از کنترل ترافیک مسیر هر کلاس از خودروها بوسیله طرح مسیریابی پیش‌فرض تعیین می‌شود. طرح مسیریابی با ماتریس  $P$  که نشان دهنده احتمال انتقال یک خودروی متعلق به کلاس  $k$  از نود  $i$  به نود  $j$  می‌باشد، مشخص می‌شود و عناصر آن بوسیله  $P(i, k, j)$  نمایش داده می‌شوند. مقادیر خانه‌های این ماتریس در صورت وجود انتقال از نود  $i$  به نود  $j$ ، یک و در غیر اینصورت صفر می‌باشد.

#### ۳-۲-۲- کنترل ترافیک

مشتریان منفی، تصمیمات سرور مسیریاب در جهت بهینه سازی مسیرهای پیشنهادی با توجه به شرایط ترافیک لحظه‌ای می‌باشد. بواسطه این تصمیمات مسیر پیش‌فرض برای یک مقصد رها شده و مسیر جدیدی پیشنهاد می‌شود. مشتریان منفی می‌توانند در یک تقاطع روی یک مشتری مثبت عمل کرده و مسیر جدیدی برخلاف مسیر پیش‌فرض که توسط ماتریس  $P$  در نظر گرفته شده است، پیشنهاد دهند.

مشتریان منفی نیز در شبکه چندین کلاس دارند و بوسیله  $(a, k)$  تعریف می‌شود که  $a \in N$  و  $k \in K$  است. در نتیجه هر کلاس از مشتریان منفی مسئول تغییر تصمیم مسیریابی از یک کلاس خاص مشتریان مثبت در یک نود است که به معنی تغییر در انتخاب مسیر است. مشتری منفی می‌تواند به چند نود سفر کند تا به نودی برسد که قرار است کنترل را انجام دهد.

نرخ ورود خارجی خودروها از کلاس  $(a, k)$  به نود  $j$  با  $\lambda(j, (a, k))$  و کل نرخ ورود از کلاس  $(a, k)$  به نود  $j$  با  $\square(j, (a, k))$  تعریف می‌شود.



ماتریس  $P^-$  نشان دهنده احتمال انتقال یک خودروی متعلق به کلاس  $(a,k)$  از نود  $i$  به نود  $j$  می‌باشد تا به نود  $a$  که مسئول کنترل است، برسد. عناصر آن بوسیله  $P^-(i, (a,k), j)$  مشخص می‌شوند. مقادیر این ماتریس ۰ یا ۱ می‌باشد. وقتی یک مشتری منفی از کلاس  $(a,k)$  به صف هدف خود که با  $a$  مشخص می‌شود، رسید می‌تواند یک مشتری مثبت از کلاس  $k$  را با احتمال  $Q(i,k,j)$  به صف  $j$  بدون در نظر گرفتن نرخ سرویس و بلافاصله هدایت کند. بنابراین ماتریس  $Q$  ماتریس تصمیمات بهینه سازی مسیر می‌باشد که در ابتدای کار می‌تواند برابر با  $P(i,k,j)$  باشد.

۳-۲-۳- جزئیات مربوط به مدل

همانطور که پیش‌تر ذکر شد مشتریان منفی، تصمیمات بهینه سازی مسیریابی برای یک کلاس از مشتریان مثبت هستند. این تصمیمات باز مسیریابی را می‌توان با استفاده از توابع ریاضی، بدون انجام شبیه سازی اخذ کرد. بطور کلی روابط زیر باید برای تصمیمات مسیریابی در نظر گرفته شود:

$$\sum_{n \in N} P(n, k, n) + P(n, k, N + 1) = 1$$

$$\sum_{n \in N} P^-(n, (a, k), n) + P^-(n, (a, k), N + 1) = 1$$

$$\sum_{n \in N} Q(n, k, n) = 1$$

فرض شده است که پایگاه اطلاعات بصورت، first-come-first-served پردازش انجام می‌دهد، در حالی که می‌تواند پردازش موازی نیز انجام دهد. نرخ سرویس دهی  $\mu$  در کل شبکه یکسان فرض شده و نرخ ورود خارجی همه نودها بصورت تصادفی بدست آمده است.

۳-۲-۴. معادلات مدل

معادلات مورد نیاز برای مدل پیشنهادی، در جدول ۱ معرفی شده است.



جدول ۱: معادلات مدل

|   |   |
|---|---|
| <p>نرخ ورود کل مشتریان منفی:</p> $\lambda^-(n, (a, k)) = \lambda^-(j, (a, k)) + \sum_{n \in N} P^-(n, (a, k), n) cn(n, (a, k)) \mu \quad (2)$   | <p>نرخ ورود کل مشتریان مثبت:</p> $\lambda^+(n, k) = \lambda(n, k) + \sum_{n \in N} qn(n, k) P(n, k, n) \mu + \sum_{n \in N} qn(n, k) \lambda^-(n, (n, k)) Q(n, k, n) \quad (1)$ |
| <p>احتمال اینکه نود n شامل حداقل یک تصمیم مسیریابی از کلاس مشتریان منفی (a, k) باشد:</p> $kn(n, (a, k)) = \frac{\lambda^-(n, (a, k)) + \sum_{n \in N} P(n, (a, k), n)}{\mu} \quad (4)$                                  | <p>احتمال اینکه نود یا سگمنت n شامل حداقل یک خودرو از کلاس مشتریان مثبت k باشد:</p> $qn(n, k) = \frac{\lambda(n, k)}{\mu + \lambda^-(n, (n, k))} \quad (3)$                     |
| <p>از آنجاکه فرض کردیم خودروها در یک نود بصورت first-come-first-served عمل می‌کنند، احتمال اینکه یک نود مشغول باشد با B(n) محاسبه می‌شود:</p> $B(n) = \sum_{k \in K} qn(n, k) + \sum_{n \in N} cn(n, (a, k)) \quad (5)$ |   |

#### ۴. معیارهای عملکرد

qn(n, k) و kn(n, (a, k)) مقادیر کلیدی برای تخمین معیارها هستند.

جدول ۲: معیارهای عملکرد

|  |  |
|--|--|
| <p>متوسط طول صف در نود n از کلاس (a, k) با فرض نامحدود بودن طول صف:</p> $N(n, (a, k)) = \frac{cn(n, (a, k))}{1 - cn(n, (a, k))} \quad (7)$                         | <p>برای مثال، متوسط طول صف در تقاطع یا نود n از کلاس k با فرض نامحدود بودن طول صف:</p> $N(n, k) = \frac{qn(n, k)}{1 - qn(n, k)} \quad (6)$ |
| <p>متوسط طول صف در نود n شامل همه کلاس‌ها:</p> $N(n) = \frac{B(n)}{1 - B(n)} \quad (8)$  |  |
| <p>احتمال ورود مشتری از کلاس (a, k) به نود n:</p> $\pi(n, (a, k)) = \frac{\lambda^-(n, (a, k))}{\lambda^-(a, k)} \quad (10)$                                       | <p>احتمال ورود مشتری از کلاس k به نود n:</p> $\pi(n, k) = \frac{\lambda(n, k)}{\lambda^+(k)} \quad (9)$                                    |
| <p>کل ترافیک ورودی به شبکه از کلاس (a, k):</p> $\lambda^-(a, k) = \sum_{n \in N} \lambda^-(n, (a, k)) \quad (12)$  | <p>کل ترافیک ورودی به شبکه از کلاس k:</p> $\lambda^+(k) = \sum_{n \in N} \lambda(n, k) \quad (11)$   |
| <p>کل ترافیک وارد شده به نود i از همه کلاس‌های مشتریان منفی:</p> $\lambda^-(i) = \sum_{j \in N, j \neq i} \sum_{k \in K} \lambda^-(i, (j, k)), i \in N \quad (14)$ | <p>کل ترافیک وارد شده به نود i از همه کلاس‌های مشتریان مثبت:</p> $\lambda^+(i) = \sum_{k \in K} \lambda(i, k), i \in N \quad (13)$         |



|   |  |
|---|--|
| بنابراین، کل ترافیک منتقل شده به یک نود:  |  |
| (15) $(i) = {}^+(i) + {}^-(i)$  |  |
| میانگین تاخیر end-to-end برای مشتریان منفی یا تصمیمات مسیریابی متعلق به کلاس (a,k):   | میانگین تاخیر end-to-end برای خودروهای متعلق به کلاس k:              |
| $Tp^-(a, k) = \sum_{n \in N} \pi(n, (a, k)) \frac{N(n, (a, k))}{{}^-(n, (a, k))} \quad (17)$  | $Tp(k) = \sum_{n \in N} \pi(n, k) \frac{N(n, k)}{(n, k)} \quad (16)$ |
| میانگین تاخیر کل مشتریان مثبت یا همان خودروهای سیستم:   |  |
| (18) $\overline{TN} = \sum_k \frac{\lambda^+(k)}{T} T(k)$   |  |
| که $T^+ = \sum_k \lambda^+(k)$ کل ترافیک مشتریان مثبت (خودروهای) وارد شده به شبکه است و $T(k) = \sum_k Tp(k) + Tp^-(a, k)$ می‌باشد. |  |
| میانگین بهره وری هر صف:   |  |
| (19) $\overline{UN} = \frac{1}{N} \sum_{n \in N} B(n)$  |  |

## ۵. بهینه سازی با استفاده از گرایان نزولی

همانطور که قبلاً گفته شد، خودروهای دارای سیستم ناوبری هنگام رسیدن به یک تقاطع با ارسال پرس و جوی انتخاب مسیر به سرور مسیریاب، مسیر بهینه را درخواست می‌کنند. سرور مسیریاب با بهره‌گیری از پایگاه حاوی اطلاعات بروز شده که شامل ترافیک فعلی هر سگمنت می‌باشد، به پرس و جوی خودرو پاسخ داده و مسیر بهینه را در اختیار وی می‌گذارد. لذا لازم است که یک روال بهینه سازی مسیریابی مبتنی بر اطلاعات بروز در سرور مسیریاب پیوسته انجام شود. در ادامه مراحل بهینه سازی بیان می‌شود.

در این بخش، با بهینه سازی مسیریابی، مقدار تابع  $f$  (تابع هزینه) را به حداقل می‌رسانیم که پارامترهای مورد نیاز برای بهینه سازی، بردارهای  $q_k$  و  $k_{a,k}$  می‌باشد:

$$q_k = (qn(1, k), qn(2, k), \dots, qn(n, k)) \quad (20)$$

که  $qn(n, k)$  معرف احتمال اینکه نود یا سگمنت  $n$  شامل حداقل یک خودرو از کلاس مشتریان مثبت  $k$  باشد، بوده و در معادله ۳ محاسبه شده است.

$$k_{a,k} = (kn(1, (a, k)), kn(2, (a, k)), \dots, kn(n, (a, k))) \quad (21)$$

که  $kn(n, (a, k))$  احتمال اینکه نود  $n$  شامل حداقل یک خودرو از کلاس مشتریان منفی  $(a, k)$  باشد، بوده و در معادله ۴ محاسبه شده است.

تابع هزینه مجموع دو بردار  $q_k$  و  $k_{a,k}$  می‌باشد. هدف از بهینه سازی، به حداقل رساندن مقدار تابع هزینه است. تابع هزینه خواهد بود:

$$f = f(q_k, k_{a,k}) \quad \forall k \in K, a \in N \quad (22)$$

بهینه سازی می‌تواند با انتخاب مناسب پارامتر کنترل مسیر  $Q(x, m, y)$  که  $x \in N$ ،  $m \in K$  و  $y \in N$  بدست آید:





$$\text{Minimize } f \text{ with the } Q(x, m, y) \quad (23)$$

از آنجا که به بهینه سازی تدریجی علاقه مندیم، یک الگوریتم مبتنی بر گرادیان ساختیم که برای بدست آوردن  $Q(n, k, n)$  تابع هزینه را در یک نقطه از عملیات کاهش می‌دهد:

$$Q_{n+1}(i, k, j) = Q_n(i, k, j) - \square \frac{\partial f}{\partial Q(i, k, j)} \quad (24)$$

که  $\square > 0$  و نرخ گرادیان نزولی است. مشتق جزئی تابع  $f$  بر اساس قوانین چاین می‌تواند بصورت زیر باشد:

$$\frac{\partial f}{\partial Q(i, k, j)} = \frac{\partial f}{\partial q_k} \frac{\partial q_k}{\partial Q(x, m, y)} \quad (25)$$

برای محاسبه  $\frac{\partial q_k}{\partial Q(x, m, y)}$  نیاز است تنها مواردی را در نظر بگیریم که اتصال فیزیکی بین نود  $i$  و  $j$  وجود دارد. این اتصالات در ماتریس  $h$  قابل تشخیص است. اگر یک اتصال فیزیکی بین نود  $i$  و  $j$  وجود داشته باشد  $h(i, j) = 1$  و در غیر اینصورت  $h(i, j) = 0$  می‌باشد. زمانی که  $h(i, j) = 0$  باشد، مشتقات جزئی  $\cdot$  خواهد بود. همچنین لازم است ماتریس‌های  $N^*N$  زیر نیز محاسبه شود:

$$A_k = [A_k(n, n)], \quad A_k(n, n) = \frac{P(n, k, n)}{\mu + \bar{\tau}(n, (n, k))} \quad (26)$$

$$D_k = [D_k(n, n)], \quad D_k(n, n) = P(n, k, n) \mu + \bar{\tau}(n, (n, k)) Q(n, k, n) \quad (27)$$

(28)

$$H_k^{xmy}(n) = \begin{cases} \bar{\tau}(x, (x, k)) q(x, k) & k=m, n=y \\ -h(x, y) \bar{\tau}(x, (x, k)) q(n, k) & k=m, n \neq y \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

سپس مشتق جزئی محاسبه می‌شود:

$$\frac{\partial q_k(n)}{\partial Q(x, m, y)} = \frac{\partial q_k(n)}{\partial Q(x, m, y)} D_k A_k + H_k^{xmy} A_k = \frac{\partial q_k(n)}{\partial Q(x, m, y)} W_k + \gamma_k^{xmy} \quad (29)$$

ماتریس  $W_k$  و بردار  $\gamma_k^{xmy}$  هستند:

$$W_k(i, j) = \sum_{n \in N} D_k(i, n) A_k(n, j) \quad i, j \in N \quad (30)$$

$$\gamma_k^{xmy} = \sum_{n \in N} H_k^{xmy}(n) A_k(n, n) \quad n \in R \quad (31)$$

بنابراین:

$$\frac{\partial q_k}{\partial Q(x, m, y)} = \gamma_k^{xmy} (I - W_k)^{-1} \quad (32)$$

بطوری که  $I$  ماتریس همانی  $N^*N$  است. با استفاده از نتایج معادله (32) و  $\frac{\partial f}{\partial Q(i, k, j)}$  قادر خواهیم بود گام بعدی الگوریتم را بوسیله معادله (24) محاسبه کنیم.



## ۶. نتایج عددی

مدل ارائه شده پیاده‌سازی شده و صحت عملکرد آن بوسیله معیارهای ارزیابی در چند سناریو اندازه‌گیری شد. در همه سناریوها تعداد کلاس خودرو ۳ و تعداد تقاطع ۶ می‌باشد و نرخ ورود خودروها در تقاطع‌ها بصورت تصادفی بدست می‌آید.

سناریو اول) تعداد خودروها در این سناریو ۴۲ و نرخ سرویس ۲ می‌باشد.

سناریو دوم) تعداد خودروها در این سناریو نیز ۴۲ اما نرخ سرویس ۳ می‌باشد.

سناریو سوم) تعداد خودروها در این سناریو نیز ۴۲ و نرخ سرویس ۴ می‌باشد.

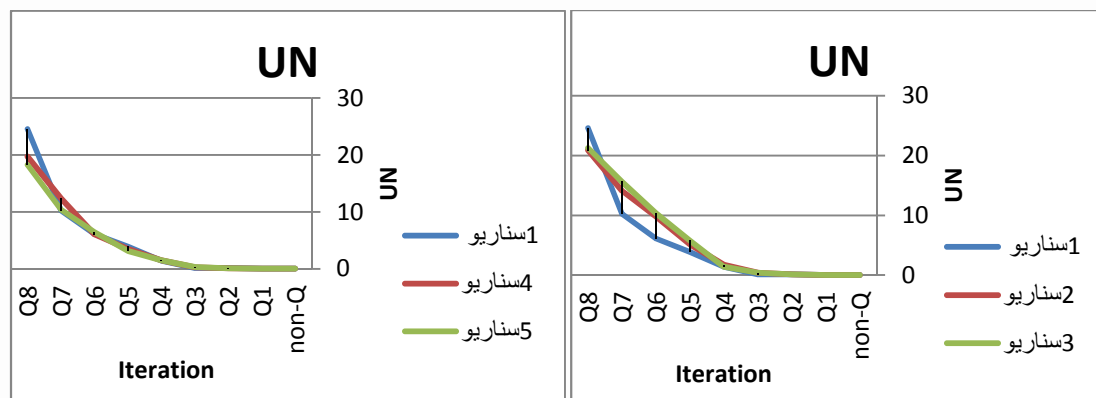
سناریو چهارم) تعداد خودروها در این سناریو ۴۷ و نرخ سرویس ۲ می‌باشد.

سناریو پنجم) تعداد خودروها در این سناریو ۵۱ و نرخ سرویس ۲ می‌باشد.

$\overline{UN}$  و  $\overline{TN}$  معیارهای مورد استفاده هستند که در روابط (۱۸) و (۱۹) بیان شد.

### الف) متریک $\overline{UN}$

این متریک، میانگین سودمندی نودها را محاسبه می‌کند. در مدل مسیریابی پیشنهادی انتظار می‌رود با انجام هر مرحله بهینه‌سازی، میانگین سودمندی افزایش پیدا کند.



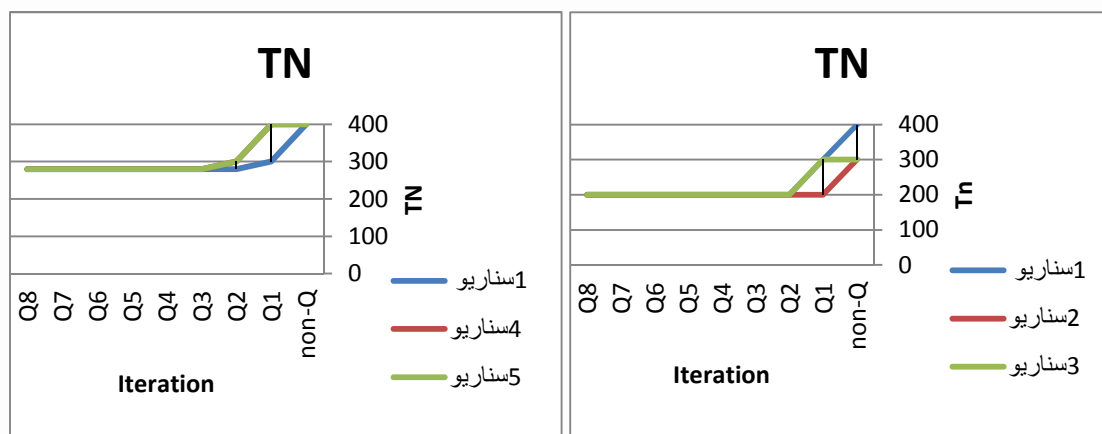
نمودار ۱: میانگین سودمندی در سناریوهای ۱، ۲، ۳      نمودار ۲: میانگین سودمندی در سناریوهای ۱، ۴، ۵

نمودار (۱) میانگین سودمندی نودها را در سناریوی اول، دوم و سوم نشان می‌دهد. نمایان است که با افزایش نرخ سرویس میزان سودمندی نیز افزایش می‌یابد. همچنین انجام بهینه‌سازی، میزان سودمندی را بالا می‌برد. نمودار (۲) میانگین سودمندی نودها را در سناریوی اول، چهارم و پنجم نشان می‌دهد. مشخص است که با افزایش تعداد خودروها سودمندی اندکی کاهش می‌یابد و با انجام مراتب بهینه‌سازی میزان سودمندی بالا می‌رود.



### ج) متریک $\overline{TN}$

متریک  $\overline{TN}$ ، میانگین تاخیر کل خودروها در شبکه است. هرچه مقدار این تاخیر کمتر باشد، شبکه عملکرد بهتری داشته و مسیریابی با سرعت بیشتری انجام می‌شود.



نمودار ۳: میانگین تاخیر کل خودروها در شبکه برای سناریوهای ۱، ۲، ۳، ۴، ۵  
نمودار ۴: میانگین تاخیر کل خودروها در شبکه برای سناریوهای ۱، ۲، ۳

نمودار (۳)،  $\overline{TN}$  را در سناریوهای ۲، ۱ و ۳ که نرخ ورود متفاوتی دارند، نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که تاخیر با انجام مراحل بهینه‌سازی کاهش یافته و به  $200\text{ms}$  (زمان مورد نیاز برای سرویس دهی) رسیده‌است. نمودار (۴)،  $\overline{TN}$  را در سناریوهای ۴، ۱ و ۵ که تعداد خودروی متفاوتی دارند، نشان می‌دهد. تاخیر بعد از سه مرحله بهینه‌سازی کاهش یافته و به  $280\text{ms}$  رسیده است.

بطور مشابه معیارهای  $Tp(k)$  و  $Tp^-(a, k)$  نیز برای هر سناریو محاسبه شده است و بهینه‌سازی، کاهش میزان تاخیر را برای مسیریابی خودروها و اخذ تصمیمات مسیریابی نتیجه داده است.

### ۷. نتیجه‌گیری

در این مقاله مدل ریاضی برای مساله مسیریابی یا ناوبری خودرو در شرایط ترافیک متغیر و آنلاین ارائه شده است. برای مدل‌سازی رفتار مسیریابی خودروها از G-Network استفاده شده است. این شبکه صف شامل دو نوع مشتریان مثبت و منفی می‌باشد. خودروهای با مشتریان مثبت و تصمیمات بهینه‌سازی با مشتریان منفی مدل شد. هر تقاطع یا سگمنت نیز هم به عنوان یک صف در نظر گرفته شد.



برای بهینه سازی رفتار مسیریابی شبکه با توجه به ترافیک متغیر از روش گرادیان نزولی استفاده شده‌است. در بهینه سازی رفتار این شبکه، تابع هزینه کمینه می‌شود. در نهایت عملکرد این شبکه بوسیله متریک‌هایی در سناریوهای مختلف ارزیابی شد. ارزیابی‌ها نشان داد که با افزایش نرخ سرویس دهی، سودمندی شبکه بهبود و از تاخیر در آن کاسته می‌شود. در مقابل، با افزایش تعداد خودرو سودمندی مقدار ناچیزی کاهش یافته و تاخیر اندکی افزایش می‌یابد.

نتایج بدست آمده از بهینه سازی مشخص می‌کند که سودمندی شبکه بعد از بهینه سازی افزایش یافته و تاخیر در آن به حداقل میزان ممکن رسیده است.

## ۸. مراجع

- [1] Christina Morfopoulou. (2011). Network routing control with G-networks: Performance Evaluation, 68 : 320–329.
- [2] Management Science, (1959), The truck dispatching problem, 680–91.
- [3] 75 Years of the Fundamental Diagram for Traffic Flow Theory: Greenshields Symposium Proceedings, (2008), Traffic flow theory historical research perspectives, 45-62.
- [4] Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, (2014), Transportation Routing in Urban Environments Using Updated Traffic Information Provided through Vehicular Communications, .Volume 14, Issue 5
- [5] E. Gelenbe, Random neural networks with negative and positive signals and product form solution, Neural Computation 1 (4) (1989) 502–510. doi:10.1162/neco.1989.1.4.502.
- [6] Journal of Applied Probability, (1991), Product-form queueing networks with negative and positive customers, 28 (3) 656–663.
- [7] Journal of Applied Probability, (1993), G-networks with instantaneous customer movement, 30 (3) 742–748.
- [8] Probability in the Engineering and Informational Sciences , (1993), G-networks with signals and batch removal, vol.7 ,335–342
- [9] Theoretical Computer Science, (1996), G-networks with multiple classes of negative and positive customers, vol.155 141–156.
- [10] European Journal of Operations Research, (1998), G-networks with multiple classes of signals and positive customers, 108 (2) 293–305.
- [11] Neural Computation, (2008), Random neural networks with synchronised interactions, 20 (9) 2308–2324.
- [12] E. Gelenbe, Cognitive packet network, U.S. Patent 6,804,20, October 11, 2004.



## Modeling and optimization of a car navigation system using the G-Network

Ghorbani Mahshid, Romoozi Morteza, Fathi Mahmood

1-MS Student in Mahallat Azad University

2-Assistant Professor in kashan Azad University

3-full Professor in Iran University of Science and Technology

### Abstract

Vehicle routing problem (VRP) by navigation systems has had prominent development in recent years. These systems are based on area maps and can do the routing via the extracted graph from the maps. Some of these systems are based on online traffic information and some others work offline. An online navigation system is proposed in this paper, which according to the type of vehicle and the traffic conditions recorded by traffic control cameras, can suggest the optimum route. This system is modeled by a queuing network, called G-Network, and its behavior is optimized by the trend of optimizing gradient descent. The results indicate prominent development of the system performance by optimization.

**Key words:** *Routing, Navigation system, G-Network*